

ΤΟ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΚΕΔΑΣΗΣ ΑΠΟ ΑΠΕΙΡΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ – ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΕΜΒΥΘΙΣΜΕΝΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΟΜΑΔΑ
ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ:
ΕΡΕΥΝΗΤΕΣ:

ΚΥΡΙΑΚΗ ΚΥΡΙΑΚΗ, ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ ΕΜΠ
ΓΚΙΝΤΙΔΗΣ ΔΡΟΣΟΣ, ΔΙΔΑΚΤΩΝ ΕΜΠ ΜΕ ΠΑ 407, ΔΕΚΤΟΡΑΣ ΣΜΔ
ΚΑΒΑΛΑΡΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ : ΜΕΤΑΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΟΣ ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ ΕΜΠ
ΑΝΕΣΤΟΠΟΥΛΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ, ΥΠΟΨΗΦΙΟΣ ΔΙΔΑΚΤΟΡΑΣ ΕΜΠ
ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΥΛΟΣ ΑΝΤΩΝΙΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΑΝ. ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
KIRSCH ANDREAS, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΑΝ. KARLSRUHE

ΣΚΟΠΟΣ

Σκοπός του παρόντος ερευνητικού προγράμματος ήταν η μελέτη του αντίστροφου προβλήματος σκέδασης από άπειρες επιφάνειες και ο εντοπισμός εμβυθισμένων αντικειμένων. Αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα της εύρεσης των γεωμετρικών ιδιοτήτων τους από τη γνώση του σκεδασμένου πεδίου στην περιοχή του μακρινού ή του κοντινού στο σκεδαστή πεδίου.

A. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο έργο αυτό μελετήθηκε το αντίστροφο πρόβλημα σκέδασης από άπειρες επιφάνειες και ο εντοπισμός εμβυθισμένων αντικειμένων. Αρχικά μελετήθηκε η καλή διατύπωση των ευθέων προβλημάτων σκέδασης για κοιλότητες, σκεδαστές που ικανοποιούν συνοριακές συνθήκες τύπου Dirichlet, κοιλότητες καθώς και για εγκλείσματα με διαφορετικές ελαστικές ιδιότητες από τον περιβάλλοντα χώρο. Επίσης έγινε μελέτη της σκέδασης από άπειρες περιοδικές ελαστικές δομές αξιοποιώντας τη μέθοδο αναπαράστασης του Ewald για τη δυαδική συνάρτηση Green. Τα αποτελέσματα της μελέτης των ευθέων προβλημάτων επέτρεψαν την αντιμετώπιση του αντίστροφου προβλήματος. Για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος αξιοποιήθηκε η μέθοδος «παραγοντοποίησης» (factorization) που έχει προταθεί από τον καθηγητή Α. Kirsch. Έγινε εφαρμογή της μεθόδου αυτής για εγκλείσματα με διαφορετικές ελαστικές σταθερές και χωρίς απόσβεση. Επίσης εξετάστηκε το πρόβλημα του εντοπισμού ενός σκεδαστή και του προσδιορισμού της γεωμετρίας του, ο οποίος είναι εμβυθισμένος σε ένα ελαστικό μέσο που ορίζεται από μία άπειρη επίπεδη επιφάνεια. Προτάθηκαν επίσης αριθμητικοί αλγόριθμοι επίλυσης από τους οποίους προέκυψαν αποτελέσματα απολύτως συμβατά με τα αντίστοιχα θεωρητικά. Τα παραπάνω προβλήματα μαθηματικής σκέδασης που αντιμετωπίστηκαν έχουν πολλές εφαρμογές σε διάφορες επιστημονικές περιοχές.

B. ΕΥΘΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΚΕΔΑΣΗΣ

Όπως είναι γνωστό το ευθύ πρόβλημα σκέδασης συνίσταται στην εύρεση του σκεδασμένου πεδίου όταν ένα κύμα, ο σκεδαστής, παρεμβάλλεται στη διάδοση ενός κυματικού πεδίου. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το φαινόμενο της σκέδασης από άπειρες επιφάνειες, όπου χρειάζεται προσεκτική αντιμετώπιση, από μαθηματική άποψη, για την καλή τοποθέτησή του.

Στα πλαίσια του παρόντος ερευνητικού προγράμματος και για την απόκτηση της απαραίτητης τεχνογνωσίας, η ερευνητική ομάδα ασχολήθηκε πρώτα με το απλούστερο πρόβλημα της σκέδασης από φραγμένα χωρία. Η προσέγγιση αυτή ήταν απαραίτητη διότι έπρεπε να εξασθούν πρωτότυπα συμπεράσματα για την περιοχή της ελαστικότητας, η οποία αποτελεί τη γενικότερη μορφή κυματικής διάδοσης. Ως εκ τούτου αντιμετωπίστηκαν τα ακόλουθα προβλήματα:

- Η καλή τοποθέτηση των ευθέων προβλημάτων σκέδασης για κοιλότητες, σκεδαστές που ικανοποιούν συνοριακές συνθήκες τύπου Dirichlet, κοιλότητες και εγκλείσματα με διαφορετικές ελαστικές ιδιότητες από τον περιβάλλοντα χώρο. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στη θεωρητική τεκμηρίωση και στη συνέχεια την εφαρμογή βασικών εργαλείων όπως η αρχή της γραμμικής υπέρθεσης και κυρίως η μελέτη του αντίστροφου εσωτερικού προβλήματος. Αποδείχθηκε ότι το αντίστροφο εσωτερικό πρόβλημα έχει μοναδική ασθενή λύση για διαφορετικές περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών στην ελαστικότητα. Το αποτέλεσμα αυτό εξασφαλίζει την προσεγγιστική επιλυσιμότητα της εξίσωσης μακρινού πεδίου για υπέρθεση που αντιστοιχεί σε σημειακή πηγή που εντοπίζεται στο εσωτερικό του εγκλεισματος [2].
- Η σκέδαση από άπειρες περιοδικές ελαστικές δομές αξιοποιώντας τη μέθοδο αναπαράστασης του Ewald για τη δυαδική συνάρτηση Green. Η μέθοδος αυτή οδηγεί σε καλά τοποθετημένα προβλήματα για περιοδικές δομές και έχει το πολύ σημαντικό πλεονέκτημα της ταχείας σύγκλισης των εμφανιζόμενων ολοκληρωμάτων. Αποτελέσματα αυτής της δουλειάς βρίσκονται στην εργασία [5].

Γ. ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΚΕΔΑΣΗΣ

Το αντίστροφο πρόβλημα σκέδασης συνίσταται στον προσδιορισμό των γεωμετρικών ή και των φυσικών χαρακτηριστικών του σκεδαστή από τη γνώση του σκεδασμένου πεδίου σε περιοχή κοντινή στο σκεδαστή ή στην περιοχή ακτινοβολίας. Το πρόβλημα αυτό είναι πολύ πιο δύσκολο από το ευθύ γιατί είναι **μη γραμμικό και μη καλά τοποθετημένο**.

Στο παρόν έργο αντιμετωπίστηκε το αντίστροφο πρόβλημα σκέδασης που συνίσταται στον εντοπισμό του σκεδαστή και στην εύρεση των γεωμετρικών του χαρακτηριστικών.

Επειδή η ομάδα είχε τεχνογνωσία σχετικά με τη «δενιαμική» μέθοδο (sampling) που έχει προταθεί από την ομάδα του καθηγητή D. Colton για ακουστικά και ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα, αντιμετωπίστηκε το αντίστροφο πρόβλημα με αυτή τη μέθοδο για ελαστικά πεδία. Ο αλγόριθμος αντιστροφής βασίζεται στην προσεγγιστική επίλυση της εξίσωσης μακρινού πεδίου. Έγινε εφαρμογή της μεθόδου για διαφορετικά σχήματα σκεδαστών. Τα αποτελέσματα αυτού του σταθίου βρίσκονται στις εργασίες [1, 2, 3 και 4].

Αξιοποιήθηκε επίσης η μέθοδος «παραγοντοποίησης» (factorization) που έχει προταθεί από τον καθηγητή Α. Kirsch, η οποία έχει οδηγήσει σε βελτιωμένους αλγόριθμους αριθμητικής επίλυσης. Έγινε εφαρμογή της μεθόδου για εγκλείσματα με διαφορετικές ελαστικές σταθερές και χωρίς απόσβεση. Αποδείχθηκαν όλες οι απαραίτητες ιδιότητες των τελεστών που εμπλέκονται στο πρόβλημα και χρησιμοποιούνται κατάλληλο κριτήριο απειριοτήτων της μορφής της λύσης των ολοκληρωτικών εξισώσεων 1ου είδους επιτυγχάνεται η ανακατασκευή των σκεδαστών. Αποτελέσματα αυτής της δουλειάς βρίσκονται στην εργασία [7].

Δ. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

ΕΥΘΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Η αριθμητική αντιμετώπιση του ευθέου προβλήματος έγινε με τη μέθοδο των **Ολοκληρωτικών Εξισώσεων**. Η αριθμητική προσέγγιση βασίστηκε στη μέθοδο Nyström καθώς και στη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων μελετώντας ανά περίπτωση τις ιδιαίτερες της κάθε εφαρμογής.

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ :

Η υιοθέτηση των μεθόδων τύπου "sampling" και "factorization" στη μελέτη του αντίστροφου προβλήματος οδήγησε στην ανάπτυξη αλγόριθμων οι οποίοι είναι ιδιαίτερα ταχείς (ενδεχτικά ο χρόνος που απαιτείται για την ανακατασκευή είναι πολύ μικρότερος από το χρόνο υπολογισμού της λύσης του ευθέου προβλήματος) και δεν απαιτείται πληροφορία της αρχικής θέσης του σχήματος ή άλλη γεωμετρική πληροφορία.

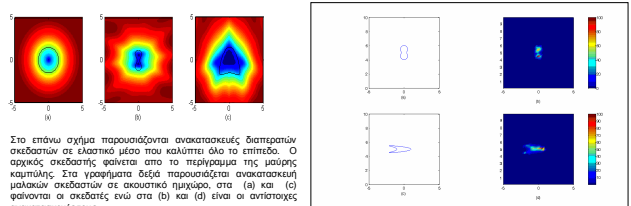
➢ Αρχικά επιλέγουμε την περιοχή έρευνας στην οποία παίρνουμε ένα ορθογώνιο πλέγμα και σε κάθε κομβικό σημείο επιλύουμε προσεγγιστικά τις εξισώσεις των πλακινών σκέδασης ή τις εξισώσεις κοντινού πεδίου οι οποίες είναι μη καλά τοποθετημένες γραμμικές ολοκληρωτικές εξισώσεις 1ου είδους.

➢ Επειδή υπάρχουν σφάλματα αριθμητικής προέλευσης και σφάλματα που οφείλονται στις αρχικές μετρήσεις των πεδίων τα οποία χρησιμοποιούνται για την καταγραφή του πυρήνα του ολοκληρωτικού τελεστή εφαρμόζονται μέθοδοι ομαλοποίησης **Tikhonov-Morozov**. Τη διαδικασία αυτή εφαρμόζουμε σε κάθε κομβικό σημείο.

➢ Τα κομβικά σημεία στα οποία η μορφή της λύσης έχει μικρή τιμή αντιστοιχούν σε σημεία εντός του σκεδαστή ενώ στα σημεία στα οποία είναι μεγάλη θεωρούμε ότι είναι εκτός του σκεδαστή.

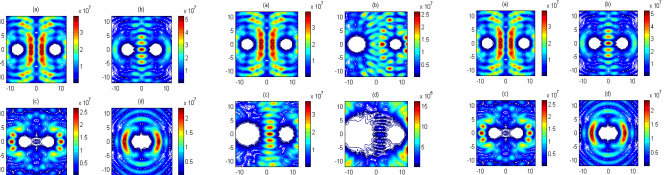
Όλοι οι κώδικες εκπονήθηκαν σε Matlab ή Fortran.

Αριθμητικά αποτελέσματα: Ανακατασκευή ενός σκεδαστή εμβυθισμένου στο επίπεδο και σε ημιεπίπεδο.



Στο επάνω σχήμα παρουσιάζονται ανακατασκευές διατεταμένων σκεδαστών σε ελαστικό μέσο που καλύπτει όλο το επίπεδο. Ο αρχικός σκεδαστής φαίνεται από το περίγραμμα της μιάς κοιλότητας. Στα γραφήματα δεξιά παρουσιάζονται ανακατασκευές μαλακών σκεδαστών σε ακουστικό ημίσφαιρο, στα (a) και (c) φαίνονται οι σκεδαστές ενώ στα (b) και (d) είναι οι αντίστοιχες ανακατασκευές τους.

Αριθμητικά αποτελέσματα: Ανακατασκευές δύο διατεταμένων σκεδαστών σε ελαστικό μέσο



ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ

1. "Η απόλυτη Μέθοδος Επίλυσης του Αντίστροφου Προβλήματος Σκέδασης Ελαστικών Κυμάτων από Διατετατό Σκεδαστή", Δ. Γκιντιδής, Κ. Κυριάκη και Α. Χαράλαμπούλου, 9ο Μαθηματικό Συνέδριο Ανάλυσης, Χανιά, 2002.
2. "The Far-Field Equations in Linear Elasticity for Disconnected Rigid Bodies and Cavities", Δ. Γκιντιδής και Κ. Κυριάκη, *J. Comput. Anal. Appl.* 4, V. 3, σελ. 193-209, 2002.
3. "The linear sampling method for non-absorbing penetrable elastic bodies", Δ. Γκιντιδής, Κ. Κυριάκη και Α. Χαράλαμπούλου, *Inverse Problems* 19, p. S49-S61, (2003).
4. "The Linear Sampling Method for N-bodies in 2-dimensional Linear Elasticity", 6th Workshop on Applied Mathematics in Science and Modern Technology, Τσπετλεβο 18 με 21-9-2003 Δ. Γκιντιδής, Κ. Κυριάκη και Α. Χαράλαμπούλου. Η εργασία θα δημοσιευθεί σε Word Scientific Publishing.
5. "Green's dyadic for three-dimensional linear elasticity for periodic structures", Κ. Αναεστόπουλος, Η. Αργυρούπολος, Δ. Γκιντιδής, Κ. Κυριάκη, έχει γίνει δεκτή στο Bulletin of the Greek Mathematical Society.
6. "The Inverse Scattering Problem for a Cavity in a Three-Dimensional Elastic Half-Space", Δ. Γκιντιδής, Κ. Κυριάκη και Α. Χαράλαμπούλου, International Conference of Influence of Traditional Mathematics and Mechanics on Modern Science and Technology που διεξήχθη στη Μεσσηνή 24-28 Μαΐου 2004.
7. "The factorization method for non-absorbing penetrable elastic bodies", Δ. Γκιντιδής, Κ. Κυριάκη και Α. Χαράλαμπούλου, *Inverse Problems* 19, no. 3, σελ. S49-S61, 2003.

ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΣΥΝΕΔΡΙΑ :

1. 6th Workshop on Applied Mathematics in Science and Modern Technology, Τσπετλεβο 18 - 21 Σεπτεμβρίου 2003.
2. International Conference of Influence of Traditional Mathematics and Mechanics on Modern Science and Technology, Μεσσηνή 24-28 Μαΐου 2004.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής θα είναι εξαιρετικά χρήσιμα καθώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν στους εξής τουλάχιστον τομείς :

Σεισολογία, Ανίχνευση σωμάτων, Μη καταστροφικό έλεγχο υλικών, Θαλάσσιο περιβάλλον, Βιοιατρική κτλ.

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΕΡΓΟΥ

➢ Το έργο αυτό συνέβαλλε από επιστημονική άποψη στη θεωρία σκέδασης από άπειρες επιφάνειες και στο πρόβλημα του εντοπισμού εμβυθισμένων αντικειμένων όπως προκύπτει και από τις δημοσιεύσεις. Η αντιμετώπιση των προβλημάτων βασίστηκε σε καινοτόμες μεθόδους αντιστροφής οι οποίες οδηγούν σε ταχύτερες μεθόδους υπολογιστικής ανακατασκευής των σκεδαστών κάνοντας εφικτή την αντιστροφή σε εφαρμογές. Το έργο χαρακτηρίζεται από μεγάλη έκταση και πιστευόμενα από υψηλή ποιότητα

➢ Το έργο συνέβαλλε στην ανάδειξη νέου ερευνητικού δυναμικού και στην όσο το δυνατό καλύτερη αξιοποίηση του υπάρχοντος. Συμμετείχε ένας υποψήφιος διδάκτορας ο οποίος εμπέδωσε στη θεωρία σκέδασης και ασχολήθηκε ιδιαίτερα με τα ζητήματα της αριθμητικής επίλυσης των προβλημάτων. Επίσης συμμετείχε ένας μεταδιδακτορικός ερευνητής ο οποίος εργάστηκε σε ζητήματα ύπαρξης και μοναδικότητας της λύσης των προβλημάτων.

➢ Ιδιαίτερη μείνι θα πρέπει να δοθεί στην ανάπτυξη των ερευνητικών συνεργασιών που αναπτύχθηκαν και με τους επιστήμονες του εξωτερικού.