ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΩΝ & ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Ν. ΣΤΑΥΡΑΚΑΚΗΣ[1], Π. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ[1], Ν. ΚΑΡΑΧΑΛΙΟΣ[2], Ν.ΖΩΓΡΑΦΟΠΟΥΛΟΣ[1], Π. ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ[1] , P. DRABEK[3] .

[1]National Technical University of Athens, School of Applied Mathematical and Physical Sciences , 15780 Athens, Greece

[2]University of the Aegean, Department of Mathematics, Samos, Greece

[3] Department of Mathematics, University of West Bohemia, Pilsen, CZECH REPUBLIC.

1 **P. Drabek, N. M. Stavrakakis and N. B. Zographopoulos, *Multiple Nonsemitrivial Solutions for Quasilinear Elliptic Systems*, Differential and Integral Equations, Vol 16 (12), 2003, 1519-153.**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Σ' αυτή την εργασία μελετούμε την ύπαρξη μη τετριμμένων λύσεων ημιγραμμικών ελλειπτικών συστημάτων, που περιέχουν τον τελεστή της p-Laplacian,

$\Delta_p u = div(|\nabla u|^{p-2}\nabla u)$

$$-\Delta_p u = \lambda\, a(x)|u|^{p-2}u + \lambda\, b(x)|u|^{\alpha-1}|v|^{\beta+1}u + \frac{\mu(x)}{(\alpha+1)(\delta+1)}|u|^{\gamma-1}|v|^{\delta+1}u,\ x\in\Omega\subseteq\Re^N, \quad -\Delta_q v = \lambda\, d(x)|v|^{q-2}v + \lambda\, b(x)|u|^{\alpha+1}|v|^{\beta-1}v + \frac{\mu(x)}{(\beta+1)(\gamma+1)}|u|^{\gamma+1}|v|^{\delta-1}v,\ x\in\Omega\subseteq\Re^N,$$

όπου 1<p<N, 1<q<N. Η συνάρτηση μ(χ) ικανοποιεί μια συνθήκη ολοκληρωσιμότητας, που συνδέεται με τις θετικές κανονικοποιημένες ιδιοσυναρτήσεις , που αντιστοιχούν στη θετική πρωτεύουσα ιδιοτιμή του αντίστοιχου μη διαταραγμένου συστήματος. Μια ενδιαφέρουσα πτυχή τέτοιων συστημάτων αποτελεί η διερεύνηση ύπαρξης μη ***ημιτετριμένων λύσεων***, δηλαδή λύσεων της μορφής (u,0) ή (0,v). Εδώ αποδεικνύεται κατ' αρχή, με χρήση μεταβολικών μεθόδων, η πολλαπλότητα λύσεων και στη συνέχεια η ύπαρξη μιας τουλάχιστον μη αρνητικής, μη ημιτετριμένης λύσης για το παραπάνω πρόβλημα. Αξίζει να αναφερθεί ότι το αποτέλεσμα ύπαρξης μη αρνητικής μη ημιτετριμένης λύσης είναι καινούργιο ακόμα και για φραγμένο πεδίο.

2 **N Karachalios, N.M. Stavrakakis, P Xanthopoulos, *Parametric Exponential Energy Decay for Dissipative Electron-Ion Plasma Waves*, Z. Angew. Math. Phys. 56 (2): (2005), 218-238.**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στην εργασία αυτή μελετούμε το σύστημα εξισώσεων *Schroedinger-Klein-Gordon*

$$i\psi_t + \kappa\psi + i\alpha\psi = \phi\psi, \quad x\in\Omega, t>0,$$
$$\phi_{tt} - \phi_{xx} + \phi + \lambda\phi_t = -\mathrm{Re}\,\psi_x, \ x\in\Omega, t>0,$$
$$\psi(x,0)=\psi_0, \phi(x,0)=\phi_0, \phi_t(x,0)=\phi_1,$$

με συνοριακές συνθήκες Dirichlet, όπου κ, λ, α είναι θετικές παράμετροι. Το σύστημα αυτό περιγράφει τη μη-γραμμική αλληλεπίδραση μεταξύ υψηλής συχνότητας ηλεκτρικών κυμάτων (high frequency electric waves) και χαμηλής συχνότητας ιοντικών κυμάτων (low frequency ion waves) πλάσματος σε ομογενές μαγνητικό πεδίο (**V. E. Zacharov,** 1972**).** Προηγείται η φυσική ανάλυση και παραγωγή του συστήματος με τη χρήση των κλασσικών εξισώσεων των ρευστών για το πλάσμα, όπου η προσοχή μας εστιάζεται στην επίδραση της ολίσθησης πόλωσης (polarization drift) (**E.P. Gross, M. Krook,** 1956, **Nicholson** 1992). Το σύστημα που προκύπτει είναι ένα σύστημα Schroedinger-Klein-Gordon, με απόσβεση. Κατά τη μαθηματική ανάλυση του προβλήματος, *πέραν του αποτελέσματος ολικής ύπαρξης λύσεων δίνουμε έμφαση στο ερώτημα της ενεργειακής απόσβεσης για το σύστημα, για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων απόσβεσης*. Αποδεικνύεται ενεργειακή απόσβεση εκθετικού ρυθμού, όταν το γινόμενο των σταθερών κ, λ, α, φράσσεται κάτω από συγκεκριμένη σταθερά.

3. **Perikles G. Papadopoulos and Nikolaos M. Stavrakakis, *Central Manifold Theory for the Generalized Equation of Kirchhoff Strings on*** $\Re^N$**, Nonlinear Analysis, TMA, 61 (2005), 1343-1362.**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στην εργασία αυτή μελετούμε το πρόβλημα

$$u_{tt} = \|A^{1/2}u(t)\|_H^2 Au - \delta Au_t + f(u), \qquad x\in\Re^N, \quad N\geq 3, \quad t>0,$$
$$u(x,0)=u_0(x) \qquad \kappa\alpha\iota \qquad u_t(x,0)=u_1(x), \qquad x\in\Re^N,$$

Στην αρχή αποδεικνύουμε αποτελέσματα ύπαρξης ολικής λύσεως με την προϋπόθεση ότι τα αρχικά δεδομένα είναι αρκετά μικρά. Στη συνέχεια, μελετάται το γραμμικοποιημένο πρόβλημα και λαμβάνονται αποτελέσματα ευστάθειας της λύσης ανάλογα με το πρόσημο της παραγώγου της f(0), η οποία είναι διάφορη από το μηδέν. Επίσης με τη βοήθεια της Θεωρίας της Κεντρικής Πολλαπλότητας μελετάμε την ευστάθεια του προβλήματος στην περίπτωση που η λύση είναι ίση με μηδέν. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τους μετασχηματισμούς του Pego (1987).

4. **Perikles G. Papadopoulos and Nikolaos M. Stavrakakis, *Compact Invariant Sets for Some Quasilinear Nonlocal Kirchhoff Strings on*** $\Re^N$**, submitted.**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στην εργασία αυτή, μελετούμε τη συμπεριφορά ως προς το χρόνο της λύσης του προβλήματος

$$u_{tt} - \varphi(x)\|\nabla u(t)\|^2 \Delta u + \delta u_t + f(u) = 0, \qquad x\in\Re^N, \qquad t>0,$$
$$u(x,0)=u_0(x) \qquad \kappa\alpha\iota \qquad u_t(x,0)=u_1(x), \qquad x\in\Re^N,$$

όπου $N\geq 3$, δ>0, $f(u) = |u|^a u$, $(\varphi(x))^{-1} = g \in L^{N/2}(\Re^N)\cap L^\infty(\Re^N)$. Δίνουμε αποτελέσματα σχετικά με την ύπαρξη συμπαγών και αναλλοίωτων συνόλων για το πρόβλημα. Τα αποτελέσματα αυτά, μέχρι τώρα, για τα πρώτα όσον αφορά την ύπαρξη συναρτησιακά αναλλοίωτων συνόλων για μαθηματικά μοντέλα τύπου Kirchhoff. Αποδεικνύεται ύπαρξη ολικής λύσης, ανεξάρτητα από το πρόσημο της αρχικής ενέργειας του προβλήματος. Σημαντικό ρόλο στην απόδειξη των αποτελεσμάτων μας παίζει το γεγονός ότι, η μη-εκφυλισμένη συνθήκη $\|\nabla u(t)\| > 0$, ισχύει για όλα τα $t \geq 0$.

5. **<u>N. I. Karachalios, N. M. Stavrakakis and P. Xanthopoulos</u>, "*Asymptotic Behavior of Solutions for a Semibounded Nonmonotone Evolution Equation*", Abstract and Applied Analysis, Vol. 2003, No. 9, (2003), 521-538.**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στην εργασία αυτή, γίνεται μελέτη της γενικευμένης εξελικτικής εξίσωσης παραβολικού τύπου με μή-γραμμική, μή-μονότονη διάχυση ,

$$u_t - a(u)u_{xx} - b(u)u_x^2 - \lambda\sigma(u) = f(x), \quad x\in\Omega\subset\mathbf{R}, t>0 \quad (1)$$
$$u(x,0) = u_0,$$

με συνοριακές συνθήκες Dirichlet. Η εξίσωση μπορεί να θεωρηθεί σαν μια γενίκευση της μή-γραμμικής εξίσωσης διάχυσης σε πορρώδες μέσο (porous medium equation) για την οποία ισχύει $a'(u)=b(u)$. Στην περίπτωση της εξίσωσης (1), *δεν προποτίθεται κάποια συγκεκριμένη σχέση μεταξύ των συντελεστών* $a(u), b(u)$. Η εξίσωση παράγεται από τη φυσική πλάσματος, κατά τη ρευστοδυναμική θεώρηση των φορτισμένων σωματιδίων (R. Balescu, 1988), καθώς και από διαδικασίες της μαθηματικής βιολογίας (J. Murray, 1993). Η ύπαρξη τοπικών λύσεων αποδεικνύεται με τη χρήση μεθόδων ημιφραγμένων εξελικτικών εξισώσεων (semibounded evolution equations). *Αποδεικνύεται ύπαρξη* **ολικού ελκυστή** *στο χώρο φάσεων* $H^2(\Omega)\cap H_0^1(\Omega)$ *για συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου λ και με τις υποθέσεις ότι a(s) > c >0 (μή εκφυλισμένη αλλά όχι μονότονη διάχυση) και τη μή-γραμμικότητα b(u) μή αύξουσα. Πρέπει επίσης να τονιστεί ότι οι συναρτήσεις b(u), σ(u) είναι απροσδιόριστου προσήμου δηλαδή μπορούν να δρούν ως πηγή ή ως απόσβεση, ενώ υποθέσεις για την αύξηση (growth conditions) καθορίζονται μόνο για την συνάρτηση σ(u)* .Τα αποτελέσματα γενικεύουν και επεκτείνουν αντίστοιχα αποτελέσματα των **E. Feiresl, P. Laurençot, F. Simondon (1996)** και **L. Dung, (2000)** για μή εκφυλισμένες εξισώσεις αντίδρασης διάχυσης.

<u>ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΣΥΝΕΔΡΙΑ</u>

1. "*9ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Ανάλυσης*", Σεπτέμβριος, (2002), Χανιά, Κρήτη.

2. "*International Conference on Differential Equations*", *EQUADIFF' 03*, 22-26 July, Hasselt, Belgium 2003.

3. "*Συνέδριο Διαφορικών Εξισώσεων*", (Ιωάννινα 2004), 4-6 Ιουνίου 2004.

4. "*The Tenth International Conference on Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications*", September 13 - 17, 2004 OSAKA, JAPAN.

5. "*10ο Πανελλήνιο Συνέδριο Ανάλυσης*", ΕΜΠ, 30 Σεπτεμβρίου – 2 Οκτωβρίου 2004.