

«ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Δ. ΤΖΑΝΕΤΗΣ¹, Ν. ΚΑΒΑΛΛΑΡΗΣ¹, Χ. ΝΙΚΟΛΟΠΟΥΛΟΣ², Α.Α. LACEY³

¹National Technical University of Athens, School of Applied Mathematical and Physical Sciences, 15780 Athens, Greece

²University of the Aegean, Department of Mathematics, Samos, Greece

³Heriot-Watt University, Department of Mathematics, Edinburgh, Scotland

1 C.V. Nikolopoulos, D.E. Tzanetis, "A model for housing allocation of homeless population due to a natural disaster", *Nonlinear Analysis B – Real World Applications*, 2003, Vol. 4, pp. 561-579.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στην εργασία αυτή κατασκευάζουμε και μελετάμε ένα μοντέλο που αφορά την μεταβολή άστεγων πληθυσμών μετά από μία φυσική καταστροφή όπως για παράδειγμα μετά από σεισμό. Το μοντέλο αποτελείται από ένα σύστημα μη γραμμικών συνήθων διαφορικών εξισώσεων. Ερευνάμε την ευστάθεια των στάσιμων λύσεων και ποιοτικά χαρακτηριστικά του. Για συγκεκριμένα δεδομένα από το σεισμό του Σεπτεμβρίου στην Αθήνα το 1999, το σύστημα των εξισώσεων επιλύεται αριθμητικά. Επίσης βρίσκουμε με αναλυτική προσεγγιστική λύση του προβλήματος, η οποία βρίσκεται σε συμφωνία με την αριθμητική και τέλος αναφέρουμε πιθανές βελτιώσεις του μοντέλου που θα μπορούσαν να το κάνουν πιο ρεαλιστικό.

2 C.V. Nikolopoulos, D.E. Tzanetis, "Estimates of blow-up time of a non-local reactive-convective problem modelling Ohmic heating of foods", *Proceedings of Edinburgh Mathematical Society*, 2005, (to appear).

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το μαθηματικό πρόβλημα το οποίο μελετάμε είναι:

$$u_t + u_x = \lambda f(u) \left(\int_0^1 f(u) dx \right)^2, \quad 0 < x < 1, t > 0, \quad (1)$$
$$u(0,t) = 0, t > 0, \quad u(x,0) = u_0(x), \quad 0 < x < 1.$$

Η λύση του προβλήματος είναι γνωστό ότι εκρήγνυται για f φθίνουσα και «μεγάλα» λ , ($\lambda > \lambda^*$) ή για f αύξουσα και «αγμυρά» αρχικά δεδομένα. Στη παρούσα εργασία δίνουμε εκτιμήσεις για το χρόνο έκρηξης, όπως στην εργασία [5] με αναλυτικές, ασυμπτωτικές και αριθμητικές μεθόδους, για φθίνουσα f . Εργαζόμαστε με όμοιο τρόπο όπως στη εργασία [5] αλλά λόγω του ότι το πρόβλημα είναι υπερβολικό τροποποιούμε σε μεγάλο βαθμό τις μεθόδους που χρησιμοποιήσαμε στην [5], προκειμένου να βρούμε εκτιμήσεις του χρόνου έκρηξης. Επίσης δίνονται εκτιμήσεις του χρόνου έκρηξης για μεγάλα αρχικά δεδομένα και $\lambda < \lambda^*$.

4 N. I. Kavallaris, D. E. Tzanetis, "Behaviour of a nonlocal convective problem with variable velocity in Ohmic heating process", *Banach Center Publications*, vol. 66, 2004, 189-198.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στην εργασία αυτή μελετάμε τη συμπεριφορά των λύσεων της μη-τοπικής εξίσωσης

$$p(u)u_x + (1 - \int_0^1 p'(u)u_y dy)u_x = -\frac{\lambda f(u)}{\left(\int_0^1 f(u) dx \right)^2}, \quad 0 < x < 1, t > 0,$$

με αρχικές, $u(x,0)$ και συνοριακές συνθήκες $u(0,t)=0$. Η εξίσωση (1) προτυποποιεί το πρόβλημα της αποστείρωσης τροφής όταν η ταχύτητα και η πυκνότητα της τροφής είναι μεταβλητές και εξαρτώνται από τη θερμοκρασία u .

Δν και η προηγούμενη εξίσωση είναι υπερβολική, στην περίπτωση που οι $p(s)$, $f(s)$ είναι θετικές και φθίνουσες συναρτήσεις αποδεικνύουμε ότι για το πρόβλημα αυτό ισχύει μια αρχή μεγίστου-ελαχίστου. Επιπλέον αποδεικνύουμε την ύπαρξη μιας κρίσιμης τιμής λ^* τέτοιας ώστε: για $0 < \lambda < \lambda^*$, το αντίστοιχο στάσιμο πρόβλημα έχει τουλάχιστον μια λύση, ενώ για $\lambda > \lambda^*$ δεν υπάρχει καμιά στάσιμη λύση. Τέλος, κατασκευάζοντας κατάλληλες κάτω και πάνω λύσεις συμπεραίνουμε ότι για $0 < \lambda < \lambda^*$ και «μικρά» αρχικά δεδομένα η λύση $u(x,t)$ είναι ολική ως προς το χρόνο και φραγμένη, ενώ για $\lambda > \lambda^*$ ή $0 < \lambda < \lambda^*$ και «μεγάλα» αρχικά δεδομένα η λύση $u(x,t)$ εκρήγνυται σε πεπερασμένο χρόνο.

ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΣΥΝΕΔΡΙΑ

1. "Conference on Nonlocal Elliptic and Parabolic Problems", Conference Center of Bedlewo, 9-14 September, 2003, Poland.
2. "9^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Ανάλυσης", Σεπτέμβριος, (2002), Χανιά, Κρήτη.
3. "10^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Ανάλυσης", (2004), Ε.Μ.Π., 30/9-2/10/2004, Αθήνα.
4. "International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2004", July, 2004, Chalkida, Greece.
5. "6th International Workshop on Mathematical Methods in Scattering Theory and Biomedical Technology", September 18 –21, 2003, Tsepelovo, Epirus, Greece.

3 C. V. Nikolopoulos, "A model for melting of an inhomogeneous material during MTDSC", *Applied Mathematical Modelling*, 2003, 28 (2004), 427-424.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στη παρούσα εργασία παράγεται και αναλύεται ένα μαθηματικό μοντέλο για τη τήξη ενός ανομοιογενούς υλικού στη περίπτωση που η θερμοκρασία στο σύνορο είναι άθροισμα μίας γραμμικής αύξησης (υποκείμενο μέρος) και μίας ημιτονοειδούς ταλάντωσης (κυκλικό μέρος) όπως στο θερμιδόμετρο διαφορικής ανίχνευσης ταλαντευόμενης θερμοκρασίας. Θεωρούμε ότι κατά τη τήξη του υλικού σχηματίζεται μία πολτώδη περιοχή (mushy region) και αναλύεται αρχικά η συμπεριφορά του υλικού στη μικροκλίμακα. Κατόπιν με τη μέθοδο της ομογενοποίησης παράγεται ένα σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων για τη μακροκλίμακα το οποίο λύνεται αριθμητικά. Τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της λειτουργίας του θερμιδόμετρου διαφορικής ανίχνευσης ταλαντευόμενης θερμοκρασίας.

5. C.V. Nikolopoulos, D.E. Tzanetis, "Estimates of blow-up time of a non-local reactive-convective problem modelling Ohmic heating of foods". *Banach Center Publications*, vol. 66, 2004, 237-250

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το μαθηματικό πρόβλημα το οποίο μελετάμε είναι:

$$u_t + u_x = \lambda f(u) \left(\int_0^1 f(u) dx \right)^2, \quad 0 < x < 1, t > 0, \quad (1)$$
$$u(0,t) = 0, t > 0, \quad u(x,0) = u_0(x), \quad 0 < x < 1.$$

Η λύση του προβλήματος είναι γνωστό ότι εκρήγνυται για φθίνουσα f και «μεγάλα» λ , ($\lambda > \lambda^*$) ή για αύξουσα f και «αγμυρά» αρχικά δεδομένα. Στη παρούσα εργασία δίνουμε εκτιμήσεις για το χρόνο έκρηξης όπως στην εργασία [2] με αναλυτικές, ασυμπτωτικές και αριθμητικές μεθόδους.

6. N.I. Kavallaris, A.A. Lacey, C.V. Nikolopoulos & D.E. Tzanetis, "Asymptotic analysis and estimates of blow-up time for the radial symmetric semilinear heat equation in the "open-spectrum" case", (Preprint).

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Εκτιμήσεις του χρόνου έκρηξης για την ημιγραμμική

εξίσωση θερμότητας:

$$u_t = \Delta u + \lambda f(u),$$

βρίσκονται με αναλυτικές, αριθμητικές και ασυμπτωτικές μεθόδους.

ΜΕΡΙΚΕΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] N.I. Kavallaris, C.V. Nikolopoulos, D.E. Tzanetis, "Estimates of blow-up time for a non-local problem modeling Ohmic heating", *European Journal of Applied Mathematics*, 2002, Vol. 13, pp. 337-351.
- [2] A.A. Lacey, C. Nikolopoulos, *European Study Group with Industry report, "Shelter"*, Oxford, 1996.
- [3] A.A. Lacey, "Thermal runaway in a non-local problem modeling Ohmic heating. Part I: Model derivation and some special cases", *Euro. J. Appl. Maths.*, 1995, 6, 127-144.
- [4] A.A. Lacey, "Thermal runaway in a non-local problem modeling Ohmic heating. Part II: General proof of blow up and asymptotics of runaway", *Euro. J. Appl. Maths.*, 1995, 6, 201-224.
- [5] C.P. Please, D.W. Schwendeman & P.S. Hagan, "Ohmic heating of foods during aseptic processing", *IMA. J. Maths. Bus. Ind.*, 1994, 5, 283-301.
- [6] D.E. Tzanetis, "Blow up of radially symmetric solutions of a non-local problem modeling Ohmic heating", *Nonlinear Analysis Real World Applications*.
- [7] H. Brezis and J. L. Vazquez, Blow-up solutions of some nonlinear elliptic problems, *Revista Mat. Univ. Complutense Madrid*, 10, 1997, 443-469.
- [8] X. Cabre and Y. Martel, Weak Eigenfunctions for the linearization of extremal elliptic problems, *J. Funct. Analysis*, 156, 1998, 30-56.